

المادة : تفاضل متقدم / المرحلة الثانية

مدرس المادة: م.م. إيلاف صباح عبد الواحد

المحاضرة السابعة: الإحداثيات القطبية

• (1) Lines in Polar Coordinates

$$ax + by = c \rightarrow r(a\cos\theta + b\sin\theta) = c \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Ex: Sketch the following in polar coordinates

- 1) $r\cos\theta = 2$ 2) $r = 3\sec\theta$ 3) $r = 2\sec\theta$ 4) $r = -2\csc\theta$
5) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ 6) $r = \frac{2}{2\sin\theta - 3\cos\theta}$

Sol:

1) $r\cos\theta = 2 \rightarrow x = 2$.

2) $r = 3\sec\theta \Rightarrow r\cos\theta = 3 \rightarrow x = 3$.

3) $r = 2\sec\theta \Rightarrow r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$

$$\Rightarrow r\left(\cos\theta \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\theta \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2$$

$$\Rightarrow r\left(\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right) = 2$$

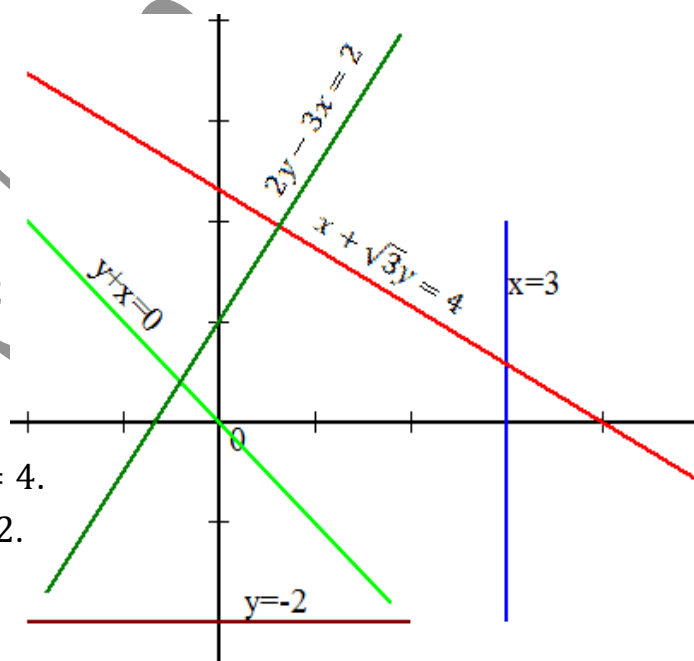
$$\Rightarrow r\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = 4 \rightarrow x + \sqrt{3}y = 4.$$

4) $r = -2\csc\theta \Rightarrow r\sin\theta = -2 \rightarrow y = -2$.

5) $\theta = \frac{3\pi}{4}$, since $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$,

$$\text{so } \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{y}{x} = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{y}{x} = -1 \Rightarrow y + x = 0.$$

6) $r = \frac{2}{2\sin\theta - 3\cos\theta} \Rightarrow r(2\sin\theta - 3\cos\theta) = 2 \rightarrow 2y - 3x = 2.$

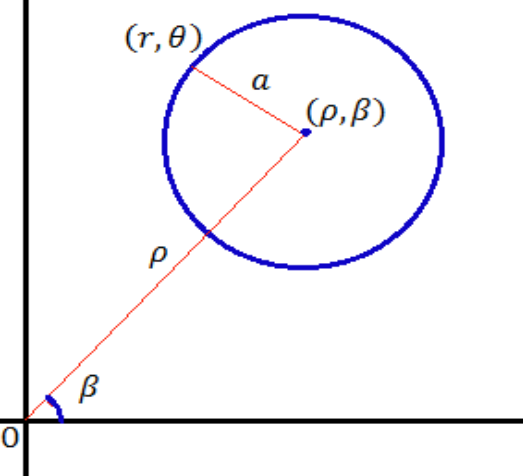


المادة : تفاضل متقدم / المرحلة الثانية

(2) Circles in Polar Coordinates

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2 \rightarrow r^2 = a^2 - \rho^2 + 2\rho r \cos(\theta - \beta)$$

$$a^2 - \rho^2 = r^2 - 2\rho r \cos(\theta - \beta); \text{ where}$$



ρ : بعد المركز عن نقطة الاصل

a : نصف قطر الدائرة

(r, θ) : أحداثيات نقطة على محيط الدائرة

β : زاوية التدوير

• Spatial case:

- 1) When $\rho = a$, $r^2 = 2\rho r \cos(\theta - \beta)$ or $r = 2\rho \cos(\theta - \beta)$, so
if $\beta = 0$, $r = 2\rho \cos\theta$ also if $\beta = \frac{\pi}{2}$, $r = 2\rho \sin\theta$.
- 2) If $\rho = 0$, we have $r = a$.

Ex: Sketch the following in polar coordinates: (H.W.)

- 1) $r = 4\cos\theta$ 2) $r = -4\cos\theta$ 3) $r = 5\sin\theta$ 5) $r^2 = 9$.