اسم المادة : أسس رياضيات اسم التدريسي : أستاذ مساعد رنا بهجت

المرحلة : الأولى محاضرة: أسرة المجموعات

أسرة المجموعات

تعريف: **Family of set**

المجموعة التي كل عنصر فيها هو بحد ذاته مجموعة تسمى أسرة المجموعات أو جملة المجموعات

مثال: لتكن $A = \{1,2,5\}$, $B = \{9, 15,20\}$

$C = \{5,9,10,20\}$, $D = \{4,8,12\}$

فان المجموعة $\{A, B, C, D\}$ تولف أسرة المجموعات .

- **أسرة المجموعات المرقمة** : **Index Family of set**

لتكن أسرة المجموعات ولتكن I مجموعة ما فإذا كان لكل عنصر $i \in I$ عنصر وحيد A_i في **F** فتسمى المجموعة I بالمجموعة الدالة $(Indexed\ set)$ والعنصر A_i يسمى بدليل المجموعة وان **F** تسمى أسرة المجموعات المرقمة ويرمز لها بالرمز $\{A_i\}$.

مثال : لتكن

$I = \{1,2,3,4,5\}$ و $J = \{a, b, c, d \}$

ولتكن

$E = \{B_1 , B_2 , B_3, B_4, B_5 \}$, $F = \{ A_a , A_b , A_c, A_d\}$

لذا كل من E, F , هي **أسرة المجموعات** وممكن كتابتهما على الصورة التالية

$E = \{B_i\}_{i\in I}$, $F = \{A_\propto\}_{\propto\in J}$

- **الضرب الديكارتي** :

لتكن كل من **A ,B** مجموعة فان حاصل الضرب الديكارتي للمجموعتين **A ,B**

هو مجموعة عناصرها جميع الازواج المرتبة (a,b) حيث $a \in A, b \in B$ ويرمز له بالرمز $A \times B$ اي ان $A \times B = \{(\mathrm{a, b}): a \in A, b \in B \}$

مثال : لتكن $A = \{1,2,3\}$ $B = \{a, b\}$, *فان*

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)(3, a)(3, b)\}$$

$$B \times A = \{(a,1),(b,1)(a,2)(b,2)(a,3),(b,3)\}$$

نلاحظ من المثال أعلاه *أن* $A \times B \neq B \times A$ ولكن اذا كان كل من $A = B$ فان $A \times B = B \times A$.

نظرية : أذا كانت كل من A, B, D, C مجموعةفان

أ) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

ب) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

ت) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

البرهان :

أ) أن

$$(x,y) \in A \times (B \cap C) \Rightarrow x \in A \wedge y \in (B \cap C)$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge (y \in B \wedge y \in C)$$
$$\Rightarrow (x \in A \wedge y \in B) \wedge (y \in A \wedge y \in C)$$
$$\Rightarrow (x,y) \in A \times B \wedge (x,y) \in A \times C$$
$$\Rightarrow (x,y) \in A \times B \cap A \times C$$

اذن $A \times (B \cap C) \subseteq (A \times B) \cap (A \times C)$ **----1**

وبصورة معاكسة نفرض أن $(x,y) \in (A \times B) \cap (A \times C)$

اذن $(x,y) \in (A \times B) \wedge (x,y) \in (A \times C)$

$$\Rightarrow (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \in A \wedge y \in C)$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge (y \in B \wedge y \in C)$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge (y \in B \cap C)$$
$$\Rightarrow \quad (x,y) \in A \times (B \cap C)$$
$$(A \times B) \cap (A \times C) \subseteq A \times (B \cap C) \quad ----- \mathbf{2}$$

ومن 1و2 نحصل على ان $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$