جامعة تكريت

كلية التربية للبنات

قسم الرياضيات

المرحلة الثانية

مادة التفاضل المتقدم

الاحداثيات القطبية Polar Coordinates

اسم التدريسي: أ.م. ايلاف صباح عبدالواحـد

الايميل: elafs.math@tu.edu.iq

لتحويل الإحداثيات الكارتيزية (x, y)الى القطبية (r, θ) أو بالعكس، نستخدم المعادلة التالية:

Equations relating polar and Cartesian coordinates:

$x = rcos\theta, \quad y = rsin\theta$

$r^2 = x^2 + y^2, \ \ tan\theta = \dfrac{y}{x}$

Ex: Transformation a polar coordinates $(-1, \frac{3\pi}{2})$ to Cartesian

$x = rcos\theta = \ -1 \ \cos\frac{3\pi}{2} = 0$

$y = rsin\theta = \ -1 \sin\dfrac{3\pi}{2} = -1$

Ex: Find a polar equation for the circle

$x^2 + (y-3)^2 = 9.$

Sol: $x^2 + (y-3)^2 = 9$

$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 9$

$x^2 + y^2 = 6y \ \Rightarrow \ r^2 = 6rsin\theta \ \Rightarrow r = 6sin\theta.$

Ex: Replace the following polar equation by equivalent Cartesian equation and identify their graphs.(H.W.)

1) $rcos\,\theta = -4$ 2) $r^2 = 4rcos\theta$ 3) $= \frac{4}{2cos\theta - sin\theta}$.

Ex: Show that $r = cos\theta + 1$and $r = cos\theta - 1$, represent the same curve.

Sol: $r = cos\theta + 1 \Rightarrow -r = \cos(\theta + \pi) + 1$

$$\Rightarrow -r = [\cos\theta cos\pi - sin\theta sin\pi] + 1$$

$\Rightarrow -r = -\cos(\theta) + 1, \Rightarrow r = \cos(\theta) - 1.$

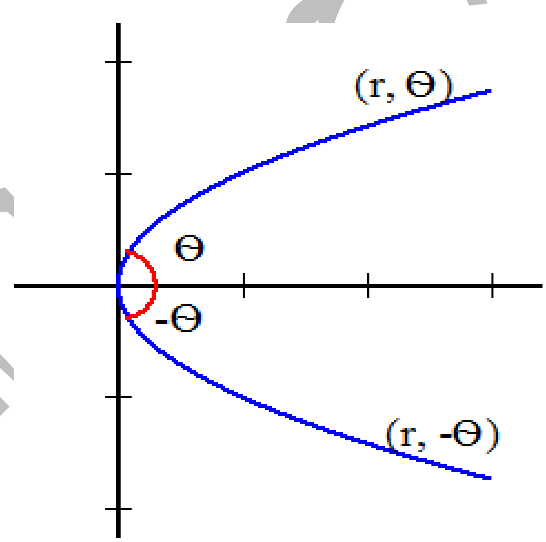
Ex: Replace $P(r,\theta) \to P(x,y)$. $rcos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 3$. (H.W.)

Graphing in Polar Coordinates

Symmetry tests for polar graphs

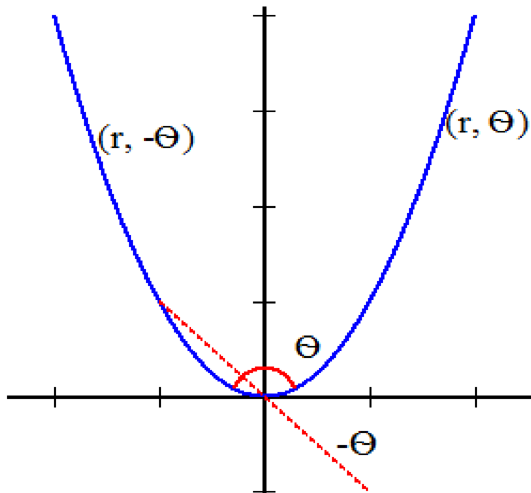
1) Symmetry about the X-axis: if the point(r,θ) lies on the graph then the point $(r,-\theta)$ or $(-r,\pi-\theta)$ lies on the graph.

- أي منحني يحتوي على $\cos\theta$ فقط يكون متناظر حول محور x كونها زوجية $\cos(-\theta) = \cos\theta$



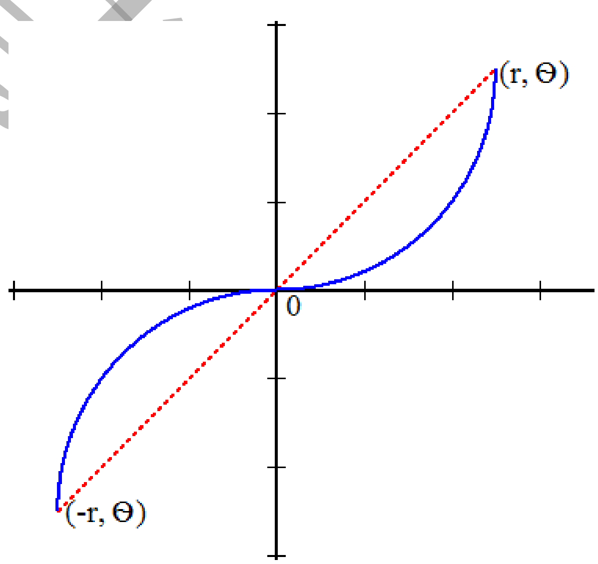
2) Symmetry about the Y-axis: If the point(r,θ) lies on the graph then the point $(r,\pi-\theta)$ or $(-r,-\theta)$ lies on the graph.

- أي منحني يحتوي على $sin\,\theta$ فقط يكون متناظر حول محور y كونها فردية $sin(-\theta) = -sin\,\theta$



3) Symmetry about the origin: If the point(r,θ) lies on the graph then the point $(-r,\theta)$ or $(r,\pi+\theta)$ lies on the graph.

- أي منحني يحتوي على r^2 فقط، يكون متناظر حول نقطة الأصل.



Remark: عند رسم المنحني في المحاور القطبية فإن

1) أذا كان المنحني متناظر حول المحور X فتؤخذ حدود θ من 0 ← π

2) أذا كان المنحني متناظر حول المحور Y فتؤخذ حدود θ من $-\frac{\pi}{2} \leftarrow \frac{\pi}{2}$

3) أذا كان المنحني متناظر حول كلمن المحاور X,Y (نقطة الاصل)فتؤخذ حدود θ من $0 \leftarrow \frac{\pi}{2}$.

- **(1) Lines in Polar Coordinates**

$$ax + by = c \quad \longrightarrow \quad r(a\cos\theta + b\sin\theta) = c \qquad a, b, c \in R$$

Ex: Sketch the following in polar coordinates

1) $r\cos\theta = 2$ 2) $r = 3\sec\theta$ 3) $r = 2\sec\theta$

4) $r = -2\csc\theta$

5) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ 6) $r = \frac{2}{2\sin\theta - 3\cos\theta}$.