جامعة تكريت
كلية التربية للبنات
قسم الكيمياء

كيمياء الكم

المرحلة الرابعة

محاضرة

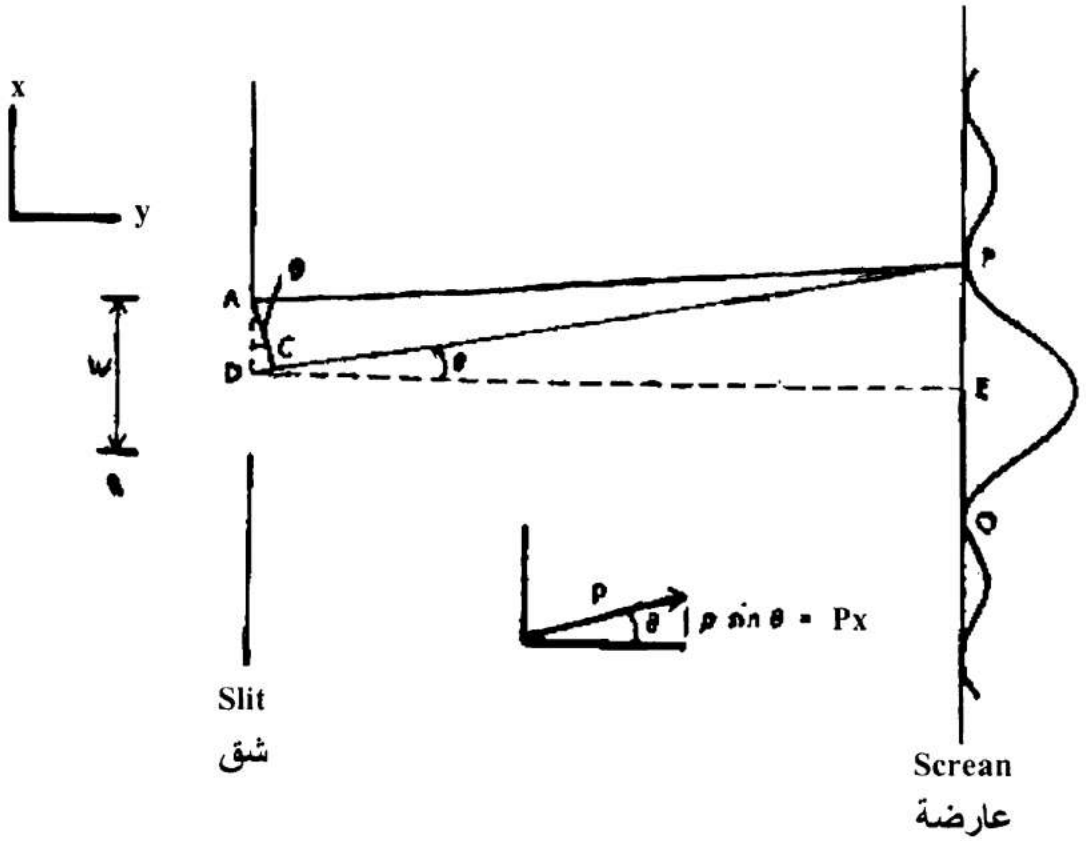
مبدأ اللادقة لهايزنبرك

م .د.اسيا اكبر توفيق
asya.akbar@tu.edu.iq

مبدأ اللادقة – The Uncertainty Principle :

إن الطبيعة المزدوجة أي الجسيمية والموجية للمـــادة والأشـــعة قـــد سلطت تحديدات معينة على المعلومات الممكن الحصول عليها عـــن النظـــام المجهري أو غير المرئي أي المايكروسكوبي **microscopic system** .

ولنأخذ جسميًا مايكروسكوبيا كالإلكترون مثلا يتحـــرك بالاتجـــاه **Y** ولنفترض أن قياسنا سيكون على المحور **x** للجسيم الذي سنجعله يمر خـــلال شق **Slit** ضيق ذي عرض **w** وبعد ذلـــك ندعـــه يـــسقط علـــى عارضـــة فلوروسينية كما هو مبين في الشكل التالي :



الحيـــود عنـــد الشـــق

وقبل البدء بالقياس أي قبل وصول الجسيم للشق يمتلك الجسيم سرعة v_x تساوي صفرًا . وبالتالي يكون ضغطه P_x مساويًا لصفر حيث $P_x = mv_x$ في الاتجاه . وبما أن الجسيم المايكروسكوبي له خواص شبيهة بالموجية لـــذا نتوقع حيوده **Diffraction** عند الشق .

والمنحنى في الشكل السابق يوضح شدة الموجة عنـــد عـــدة نقـــاط على العارضة حيـــث تظهـــر فيـــه نهايـــات عظمـــى **maxima** وأخـــرى دنيا **minima** وهي ناشئة من تداخلات بناءة وتداخلات هدامة بين الموجات القادمة من عدة أجزاء في الشق . والتداخل ينتج من تراكب موجتين مستقلتين خلال نفس المنطقة من الفراغ .

فإذا كانت الموجات متوافقة الطور **in phase** أي حدوث الذروات **crests** سوية فنتوقع حدوث تداخل بناء وظهور موجة قوية ولكن عندما تكون الموجات متفاوتة الطور **out of phase** (ذروات موجة تتطابق مع بطون **troughs** الموجة الثانية) فسيحدث تداخل هدام وإن شدة الموجة تتلاشي .

ووجد أن النهايات العظمى الأولى (**Q , P**) التي تظهر في منحنى الشكل السابق تقع عند مناطق على العارضة حيث الموجات الناشئة من طرفي الشق تنتقل بنصف طول موجي أكثر أو أقل من الموجات الناشئة من مركز الشق .

وبذلك فإن هذه الموجات الناشئة من طرف الشق ستكون بالضبط غير متوافقة الطور وستلغي بعضها البعض ولنركز الآن على النهاية الدنيا عند **p** في الشكل السابق ونكتب شرط الحيود لها كالآتي :

$$\overline{DP} - \overline{AP} = \frac{1}{2}\lambda = \overline{CD}$$

حيث **C** قد وضعت بحيث يكون $\overline{CD} = \overline{AP}$.

وبما أن المسافة بين الشق والعارضة هي أكبر بكثير من عرض الشق لذا فإن الزاوية **APC** تكون قريبة من صفر وإن كلا من الزاويتين **PAC , ACP** ستكون قريبة من **90°** وبالتالي فإن الزاوية **ACD** ستكون **90°** .

ونجد أن كلا من الزاويتين **DAC , PDE** تساوي **90°** مطروحًا منها زاوية **ADC** أي أن هاتين الزاويتين متساويتان لكل منهما بـ **θ** .
أما **sin θ** فتساوي :

$$\sin\theta = \frac{\overline{DC}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{1}{2}\lambda}{\frac{1}{2}w} = \frac{\lambda}{w} \qquad (1)$$

حيث إن الزاوية θ التي عندها يحدث حيود النهاية الدنيا الأولى تعطي بـ $\sin\theta \frac{\lambda}{w}$ والآن نرجع إلى الجسيم المايكروسكوبي المار خلال الشق .

ونجد أن الحيود عند الشق يتسبب في تغيير اتجاه حركة الجسيم ، فالجسم الذي يحيد بزاوية θ ويسقط على العارضة عند **P** أو **Q** ستكون مركبة **x** الضغطة (P_x) مساوية $P \sin\theta$ عند الشق (انظر الشكل السابق) .

أما **P** فهي ضغط الجسيم ويرجى تمييزها عن الرمز **P** نقطة النهاية الدنيا في المنحنى، ويتضح من منحنى هذا الشكل أيضًا بأن الحيود الأكثر احتمالاً للجسيم هو عند زاوية تقع بين $+\theta , -\theta$.

ولقد ذكرنا في البداية أن مركبة الضغط $P_{x=}$ قبل الحيود أي قبل دخولها الشق تساوي صفرًا . ولكن بعد الحيود لا نمتلك علمًا مؤكدًا حول قيمتها . وإن اللادقة في P_x عند الشق نرمز فيها ΔP_x تساوي :

معادلة $$\Delta P_x = P\sin\theta - (-P\sin\theta) = 2P\sin\theta \qquad (2)$$

وعند التعويض عن $\sin\theta$ من معادلة 1 في معادلة

نحصل على : 2

$$\Delta P_x = 2P\lambda / w \qquad (3)$$

وباستخدام علاقة دي برولي يمكننا كتابة معادلة 3 بالصيغة التالية

$$\Delta P_x \frac{2h}{w} \qquad (4)$$

أما بالنسبة لحدية معلوماتنا أو اللادقة في موقع الجسيم على المحور **x** ونرمز بـــ **Δx** فتعطى بواسطة عرض الشق **w** أي أن :

$$\Delta x = w \qquad (5)$$

وعندئذ نحصل على :

$$\Delta P_x \, \Delta_x = \frac{2h}{w} \cdot w = 2h \qquad (6)$$

أي أن حاصل ضرب اللادقة لموقع وعزم الجسيم هو كمية محددة .

بالرغم من أننا قمنا بتحليل تجربة واحدة . إلا أنه لوحظ أن تحليـــل تجارب عديدة أخرى تؤدي إلى نفس النتيجة وهي أن حاصل ضرب اللادقـــة في P_x , **x** لجسيم هو مقارب لمقدار ثابت بلانك أو أكبر منه ، أي أن :

$$\Delta P_x \, \Delta x \geq h \qquad (7)$$

وهذا هو مبدأ اللادقة الذي اكتشفه هايزنبرج عام **1927** .

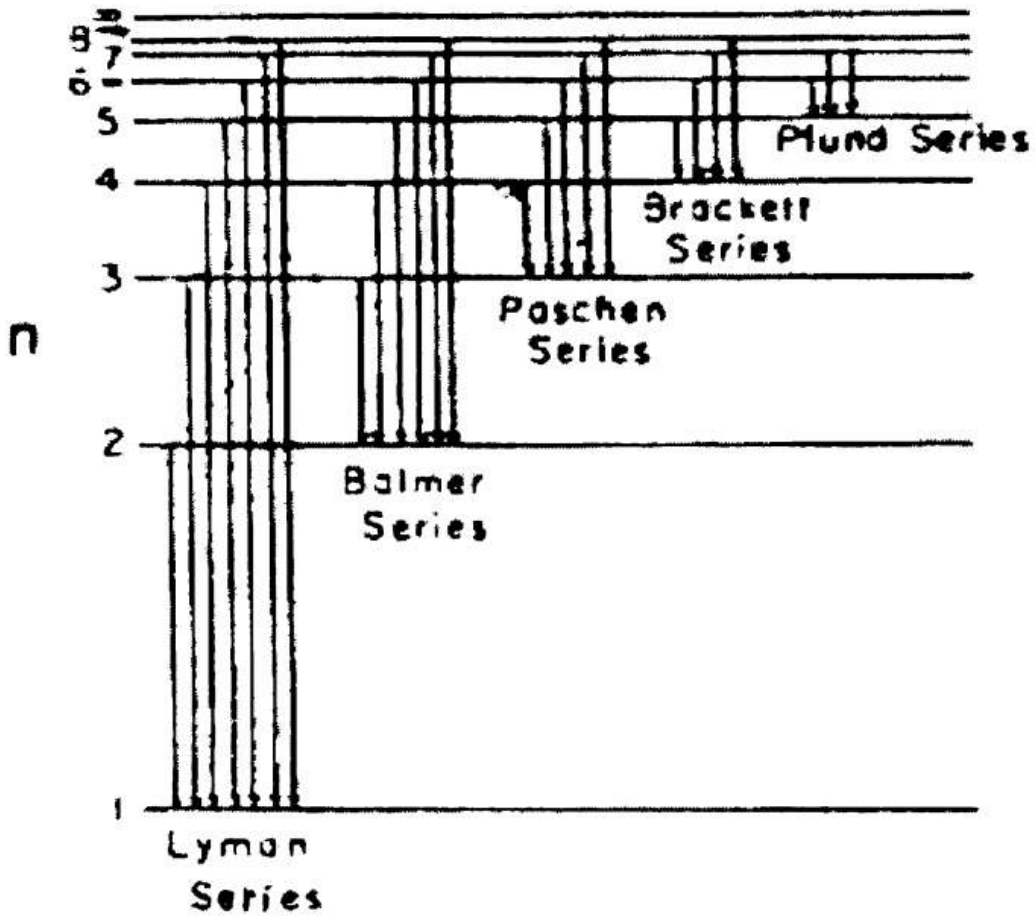
ويلاحظ أن الحجم الصغير لثابت بلانك يجعل استخدام مبدأ اللادقة للأجسام كبيرة مرئية **macroscopic particles** لا معنى له .

مثـــال (١) :

عين التردد **ν** والطول الموجي **λ** والعدد الموجه $\bar{\nu}$ لعدد من الانتقالات الممكنة بين المستويات الطاقية في ذرة الهيدروجين .

الحـــل :

إن المستويات الطاقية الملحوظة لذرة الهيدروجين قد دونت في الشكل التالي :



وإن سلاسل الخطوط الطيفية الناتجة قد سميت بأسماء مكتشفيها .

أما الانتقالات الممكنة لمجموعة من سلاسل الخطوط الطيفيـــة لـــذرة الهيدروجين فندونها في الجدول أدناه :

المجموعات	k	n	Spectral region
ليمان (Lyman)	1	2, 3, 4, …	Ultraviolet فوق البنفسجية
بالمر (Balmer)	2	3, 4, 5, …	Visible المرئية
باشن (Paschen)	3	4, 5, 6, …	Infrared تحت الحمراء
براكيت (Brackett)	4	5, 6, 7, …	Infrared تحت الحمراء

والآن نستخدم معادلة

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right)$$

ولو أخذنا سلسلة بالمر حيث $n_a = 1$ ونختار قيمتين من n_b هما , ∞

2 فإننا سنحصل لـــ $b_b = 2 , n_a$ النتائج التالية :

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\lambda = 1.22 \times 10^{-5}\ cm = 1.22 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8\ ms^{-1}}{1.22 \times 10^{-7}} = 2.46 \times 10^{15}\ s^{-1}$$

$$\frac{-}{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.22 \times 10^{-5}\ cm} = 8.23 \times 10^4\ cm^{-1}$$

ونحصل لـــ $n_b = \infty , n_a$ ما يلي :

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}\left(\frac{1}{1^2} - 0\right) = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^5\ cm^{-1}} = 9.12 \times 10^{-6}\ cm$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 3.29 \times 10^{16}\ s^{-1}$$

وبالنسبة لسلسلة بالمر حيث n_a ونختار $n_b = 3 , \infty$.

$$\bar{\nu} = (1.097 \times 10^5\ cm^{-1}) \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right]$$

$$= 1.52 \times 10^4\ cm^{-1} = 1.52 \times 10^6\ m$$

$$\lambda = 6.56 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = 4.57 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

ولـ $n_b = \infty , n_a = 2$ يكون :

$$\bar{\nu} = (1.097 \times 10^5\ cm^{-1}) \left[\frac{1}{2^2} - 0 \right] = 2.74 \times 10^4\ cm^{-1}$$

$$\lambda = 3.65 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = 8.22 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

وهكـــذا .....

مثـــال (٢) :

ما هو الطول الموجي المرتبط بـــإلكترون معجـــل خـــلال جهـــد مقداره **400V** علمًا بأن كتلة الإلكترون m_a هي $9.1 \times 10^{-31}\ kg$ ؟

الحـــــل :

إن الإلكتـــرون المعجـــل لـــــ **400 V** يمتلـــك طاقـــة حركيـــة E_{kin} مقـــدارها **400 eV** (حيـــث **eV** هـــي إلكتـــرون فولـــت وإن $1\ eV = 1.602 \times 10^{-19}\ J$) إذن :

$$E_{kin} = 400\,eV = 6.41 \times 10^{-17}\ J = \frac{1}{2}\, m_e\, v^2$$

ومنها نحصل على السرعة v $\qquad v = 1.2 \times 10^7\ ms^{-1}$

الان نستخدم علاقة دبرولي

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{(6.626 \times 10^{-3}\ J\,s)}{(9.1 \times 10^{-31}\ kg)(1.2 \times 10^{7}\ ms^{-1})}$$

$$= 6.1 \times 10^{-11}\ m$$

ملاحظة : $J = kg\ m^2\ s^{-2}$

مثـــال (٣) :

فيما يلي النتائج التي حصل عليها ميليكان عند دراسته ظاهرة التأثير الكهروضوئي :

$\nu\ (s^{-1}) \times 10^{-14}$ التردد	الطاقة الحركية للإلكترون $(J) \times 10^{19}$
9.58	3.41
8.21	2.56
7.40	1.95
6.91	1.64
5.49	0.74

ما هو مقدار طاقة العتبة ثم احسب قيمة ثابت بلانك ؟

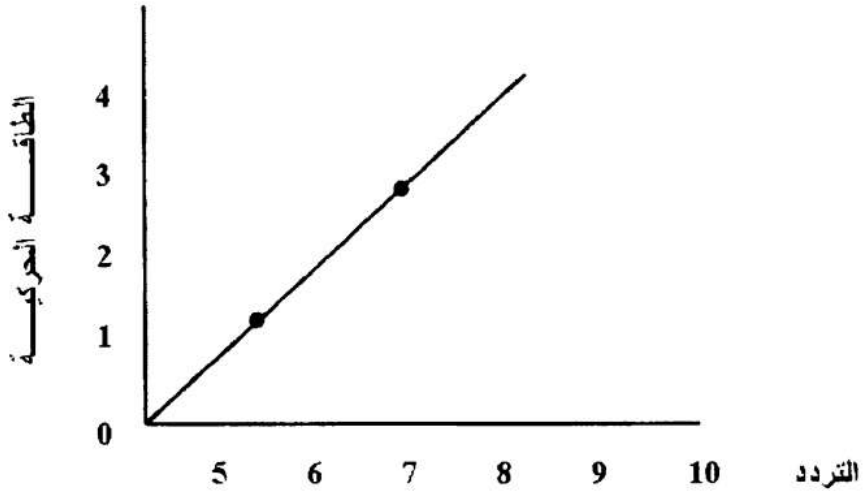
الحـــــل :

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2} m v^2$$

أو بالشكل التالي : $h\nu = h\nu_0 + E_{kin}$

(حيث E_{kin} هي الطاقة الحركية وإن $\phi = h\nu_0$) وعند رسم بيـــاني بين E_{kin} مقابل ν فإننا سنحصل على الشكل التالي :

وإن نقطة تقاطع امتداد الخط المستقيم الناتج لمحور التردد يعطي ν_0 تردد العتبة أما ميل الخط المستقيم فيعطي ثابت بلانك h . ومن الشكل التالي تظهر قيمة $\nu_0 = 4.35 \times 10^{15}\ s^{-1}$



أما الميل فهو :

$$\text{الميل} = h = \frac{(2.56\ 0\ 0.75) \times 10^{-19}\ J}{(8.21 - 5.49) \times 10^{14}\ s^{-1}} = 6.65 \times 10^{-34}\ J\,s$$

أما طاقة العتبة فتساوي $h\nu_o$.

مثـــــال (٤) :

إذا كان موقع دقيقة من الغبار كتلتها $1\ \mu g$ معلومًا ضمن $10^{-3}\ mm$ وإلكترون محدد لمنطقة بحجم الذرة ($1 \times 10^{-10}\ m$) قارن بين نتيجتي تطبيق مبدأ اللادقة لهايزنبرج على هاتين الجسيمين :

الحـــــل :

نكتب مبدأ اللادقة لهايزنبرج

$$\Delta P_x\ \Delta x \geq h$$

وبالنسبة لدقيقة الغبار تكون اللادقة في P_x كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{h}{\Delta x} = \frac{6.625 \times 10^{-34}\ J\,s}{10^{-6}\ m} = 6.625 \times 10^{-28}\ kgms^{-1}$$

وهذه تعود إلى اللادقة في السرعة (نرمز لها Δv_x) تساوي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-28}\ kg\,m\,s^{-1}}{1 \times 10^{-8}\ kg} = 6.625 \times 10^{-20}\ m\,s^{-1}$$

وهي على العموم صغيرة جدًا وغير ممكنة القياس بواسطة أجهـــزة المختبر ، أما بالنسبة للإلكترون فتكتب اللادقة في P_x له كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-34}\ J\,s}{1 \times 10^{10}\ m} = 6.625 \times 10^{-24}\ kg\,ms^{-1}$$

1×10^{-10} m

وبما أن كتلة الإلكترون تساوي 0.9×10^{-30} kg لذا فإن اللادقة فـــي سرعته تعطى كالآتي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-24}\ kg\,m\,s^{-1}}{0.9 \times 10^{-30}\ kg} = 7.36 \times 10^{6}\ m\,s^{-1}$$

وهي عالية جدًا بالمقارنة مع تلك العائدة لدقيقة الغبار .